MINISTERE DE L'ECOLOGIE, DU DEVELOPPEMENT
ET DE L'AMENAGEMENT DURABLES

ELEVES INGENIEUR(E)S
DES TRAVAUX PUBLICS DE L'ETAT

CONCOURS INTERNE

SESSION 2008

EPREUVE N° 4 :

1ère COMPOSITION DE PHYSIQUE :

EXERCICES

Coefficient : 2 - Durée : 3 heures

Les calculatrices sont autorisées.

"Les calculatrices avec imprimante et les documents d'accompagnement (notices d'emplois) sont interdits, de même que les échanges de modules mémoires amovibles ou de calculatrices. Tout(e) candidat(e) n'a le droit d'avoir qu'une seule calculatrice sur son plan de travail."

Les quatre exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix.

Exercice 1 : Mécanique

Une sphère, supposée ponctuelle, de masse m = 100 g est suspendue à un ressort vertical sans masse de raideur k dans un champ de pesanteur uniforme d'intensité g. L'autre extrémité du ressort est fixe en O. Le problème est paramétré par un axe Oz vertical orienté vers le bas. On notera Z l'abscisse de la sphère.

1- Déterminer la position d'équilibre Z_{eq} de la sphère en fonction de la longueur à vide du ressort L_0, de m, de g et de k.
2- On écarte la sphère de sa position d'équilibre et on lâche la sphère sans vitesse initiale.
Etablir l'équation du mouvement de la sphère. Quelle est la nature du mouvement ? Donner la position u de la sphère par rapport à sa position d'équilibre en fonction du temps, on notera u(t=0) = a.
3- Proposer deux méthodes expérimentales permettant de déterminer k.
4- Etablir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur.
5- Etablir l'expression de l'énergie potentielle élastique du ressort.
6- Dans quelle condition peut-on considérer le système comme conservatif ?
7- Tracer sur un même graphique les courbes représentant l'énergie mécanique et l'énergie potentielle du système en fonction de u. Montrer comment on peut y lire la valeur de l'énergie cinétique.
8- Montrer qu'en moyenne il y a équipartition de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle.

Exercice 2 : Electrostatique

Les figures sont regroupées en fin d'énoncé.

I- Champ électrique créé par un plan infini chargé en surface :

On considère un plan infini xOy portant la densité surfacique de charge σ uniforme, situé en z=0. On se place dans un système de coordonnées cartésiennes de sorte que le champ électrique créé par ce plan s'écrive sous la forme : $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$.

1- Donner l'unité de σ.
2- Etablir de manière précise, par des considérations de symétrie, la direction du champ électrique en un point M.
3- De quelle(s) variable(s) dépend le champ électrique ? Justifier la réponse.
4- Déterminer la norme du champ électrique en tout point M de l'espace.
5- En déduire $\vec{E}$ en tout point de l'espace.
6- Que peut-on dire de $\vec{E}$ à la traversée du plan chargé ?

II- Etude d'un condensateur plan :

On considère un deuxième plan infini mobile, parallèle et situé à la distance e du plan précédent. Ce plan porte la densité surfacique de charge – σ uniforme. Les deux plans sont séparés par de l'air dont la permittivité sera prise égale à ε_0 (figure 1).

1- Déterminer le champ électrique total pour $z<0$; $0<z<e$ et $z>e$.

2- Soit un élément de surface dS de la surface interne de l'armature mobile du condensateur ainsi constitué. Cet élément de surface porte la charge dq.

2-1 Quelle est la relation entre dq et dS ?

2-2 Déterminer la force électrostatique $\overrightarrow{dF}$ qui agit sur l'élément dS. De quelle nature est cette force ?

2-3 En déduire la force totale qui s'exerce sur la surface S de l'armature. Montrer que l'on peut définir une pression dite électrostatique qui s'exprime sous la forme : $P = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$.

3- On fixe sur l'armature mobile un ressort de constante de raideur k. L'autre extrémité du ressort est fixe (figure 2). L'armature mobile peut se translater dans la direction Oz. La position qui correspond au contact entre les deux armatures est choisie comme origine de l'axe Oz, pour cette position z=0. On applique une tension réglable U entre les deux armatures du condensateur.

En l'absence de tension (U = 0V) et à l'équilibre, la distance entre les armatures est z_0. Lorsque $U \neq 0$, la norme de la résultante des forces électrostatiques qui agissent sur l'armature mobile s'écrit : $F_e = K\frac{U^2}{z^2}$ où K est une constante positive (on suppose qu'un système de butée empêche les deux armatures d'entrer en contact, on a toujours z>0). On néglige l'action de la pesanteur.

3-1 Exprimer $\overrightarrow{F_e}$.

3-2 Déterminer l'expression de la force mécanique $\overrightarrow{F_m}$ exercée par le ressort sur l'armature mobile en fonction de k, z_0, z.

3-3 Lorsque l'on applique une tension U, déterminer la condition d'équilibre de l'armature mobile.

3-4 On donne ci-dessous l'allure des courbes représentant les évolutions des normes de F_e et F_m en fonction de z.

3-4-1 Pour chacune des courbes, discuter l'existence de position(s) d'équilibre.

3-4-2 Par un raisonnement graphique, déterminer la stabilité de(s) position(s) d'équilibre.

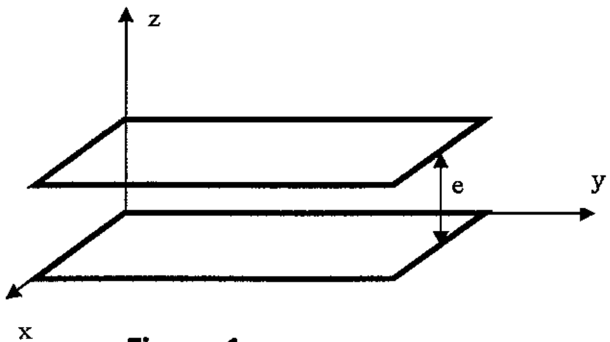


Figure 1

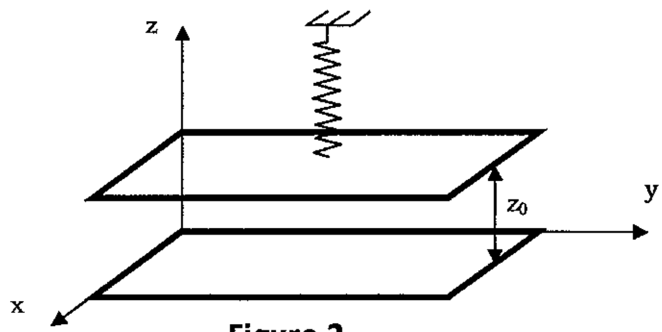


Figure 2

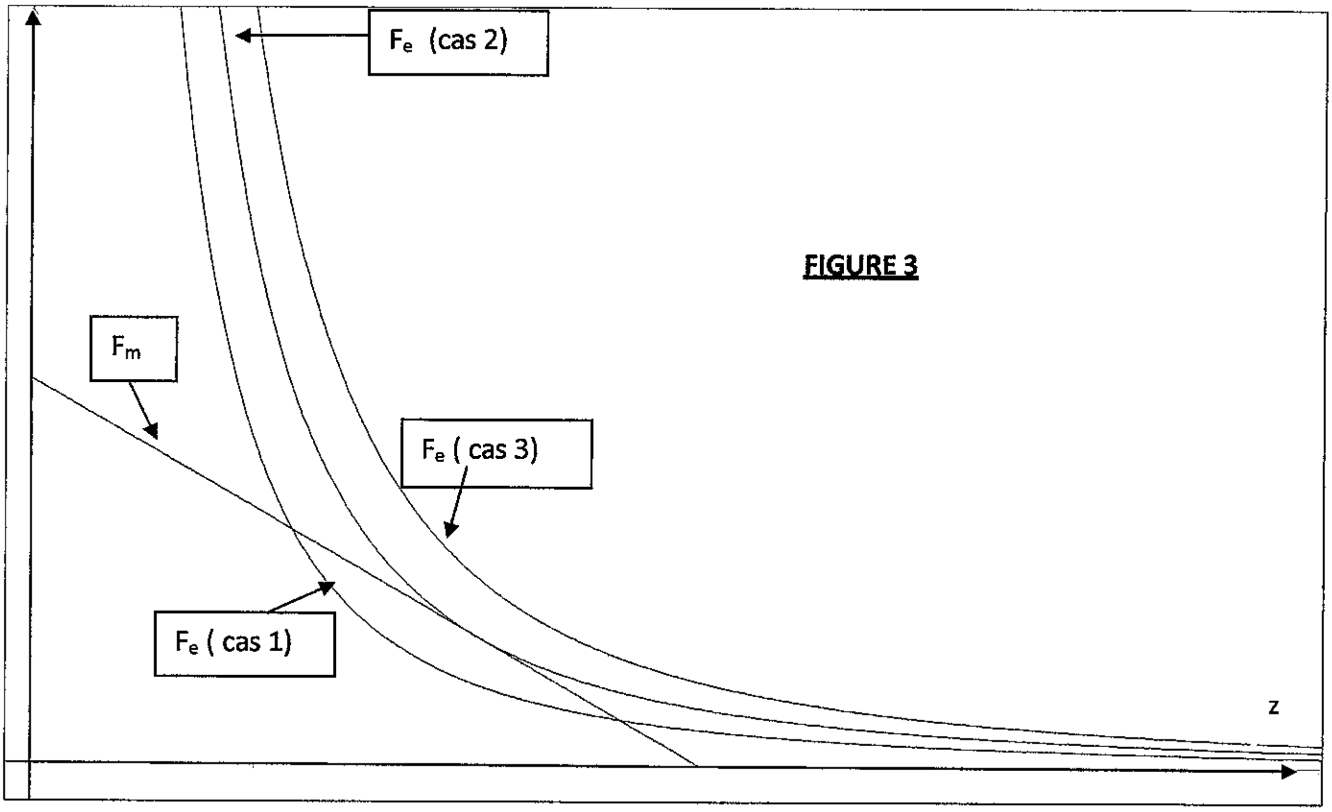


FIGURE 3

Exercice 3 : Thermodynamique

L'atmosphère est essentiellement constituée d'un mélange gazeux, l'air. Ce mélange est constitué d'environ 78% de diazote, de 21% de dioxygène, moins de 1% de d'argon, de 0,03% de dioxyde de carbone et d'une multitude de traces d'autres gaz (néon, krypton, hélium, ozone, dihydrogène, xénon).

On considère que l'air suit la loi des gaz parfaits : PV = RT pour une mole. On notera ρ la masse volumique de l'air. Le problème est paramétré par un axe vertical Oz orienté vers le haut.

1- Montrer que la valeur de R est 8,32 S.I. Préciser son unité.
2- Déterminer, compte tenu de la composition de l'air, que la masse molaire de l'air vaut : M = 29 $g.mol^{-1}$. On donne (en $g.mol^{-1}$) : M(Ar) = 40 ; M(O) = 16 et M(N) = 14.
3- Montrer que l'équilibre hydrostatique peut s'écrire : $dP = -\rho g dz$ et définir g.

On suppose que pour des altitudes allant de 11 km à 20 km, la température T de l'atmosphère est constante. On supposera que g garde une valeur constante.

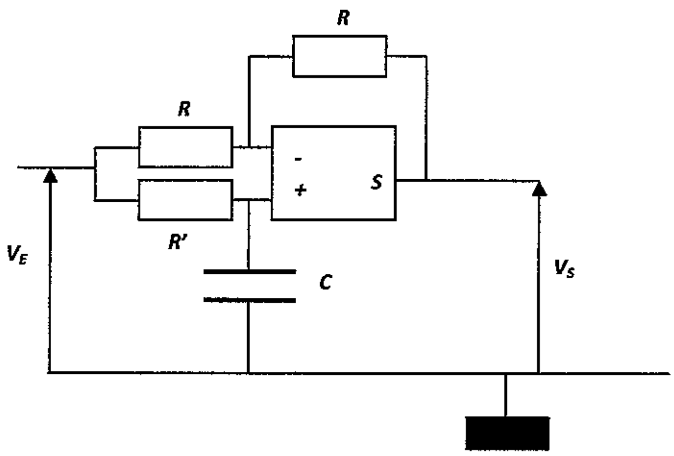
4- Etablir l'expression de la pression à une altitude z : $P(z) = Ke^{-\frac{Mgz}{RT}}$. On précisera la dimension et la signification de la constante K.
5- On note n(z) la densité volumique de molécules à l'altitude z.
    5-1 Montrer que l'équation d'état des gaz parfaits s'écrit : P = nkT où k = $\frac{R}{N_A}$ est la constante de Boltzmann et N_A la constante d'Avogadro.
    5-2 Etablir l'expression de n(z).
    5-3 Montrer qu'à partir de l'expression de n(z) et de la connaissance de R et m (masse des particules), on peut déterminer la constante d'Avogadro.

5-4 Application numérique : En 1827, Brown, a pour la première fois observé le mouvement d'agitation moléculaire. La répartition dans une colonne verticale à température constante de grains, de masse moyenne m, plongés dans la glycérine suit la loi n(z) établie précédemment.

On donne g = 9,81 m.s^{-2}, m = 10^{-14} g, T=300K et $\begin{cases} N_1 = 560 \text{ à } l'altitude\ z_1 = 2\ mm \\ N_2 = 5 \text{ à } l'altitude\ z_2 = 2{,}2\ mm \end{cases}$ où N_i est le nombre de particules observé.

Exercice 4 : Electronique

On considère le circuit ci-dessous comprenant un amplificateur opérationnel supposé parfait et fonctionnant en régime linéaire.



1- Rappeler les propriétés d'un amplificateur opérationnel parfait. On précisera les résistances d'entrée et de sortie dans ce cas de l'amplificateur opérationnel.

2- Quels sont les ordres de grandeur des résistances d'entrée et de sortie d'un amplificateur opérationnel réel ?

3- Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{V_S}}{\underline{V_E}}$ en régime sinusoïdal.

4- Déterminer le module de $\underline{H}$ et déduire la fonction de ce montage.

5- On suppose maintenant que : $\begin{cases} V_E = 0\ pour\ t < 0 \\ V_E = E_0\ pour\ t > 0 \end{cases}$

5-1 Etablir l'équation différentielle vérifiée par V_S.

5-2 En déduire l'expression de V_S. Tracer $V_S(t)$.